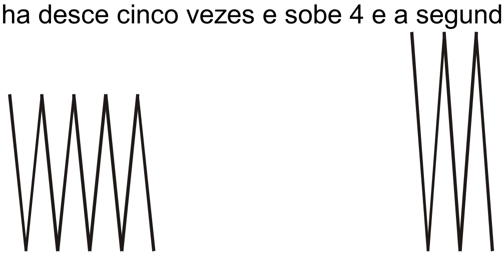
Olimpíada Brasileira de Física 2004
2ª Fase
Gabarito da prova para alunos de 1º e 2º anos

QUESTÃO 1

Tempo de queda ou de subida das bolinhas: $y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$ **(2 pontos)**

A primeira bolinha desce cinco vezes e sobe 4 e a segunda desce três e sobe duas vezes.



$9\sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 5\sqrt{\frac{2h_2}{g}} \Rightarrow h_2 = \frac{81}{25}h_1 = 3{,}24\text{m} \Rightarrow \quad h_2 = 3{,}24\text{ m}$ **(4 pontos)**

QUESTÃO 2

Tempo de queda da bola: $y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow 2{,}45 = \frac{1}{2}\cdot 10\cdot t^2 \Rightarrow t = 0{,}7\text{s}$. **(2 pontos)**

Velocidade inicial da bola: v = 72 km/h = 20 m/s.

Em 0,7s a bola avança $A = 20\cdot 0{,}7 = 14$ m. **(2 pontos)**

A velocidade mínima do outro rapaz deve ser:

$v_2 = \frac{20{,}3 - 14}{0{,}7} = \frac{6{,}3}{0{,}7} = 9\text{ m/s} \Rightarrow \quad v_2 = 9\text{ m/s}.$ **(2 pontos)**

QUESTÃO 3

Aplicação da segunda lei de Newton.

Bloco *m*:

Direção paralela ao plano: $T - mg\,\text{sen}\theta - f_{at} = ma \Rightarrow T - mg\,\text{sen}\theta - \mu N = ma$ **(1 ponto)**

Direção perpendicular ao plano: $N - mg\cos\theta = 0 \Rightarrow N = mg\cos\theta$ **(1 ponto)**

Bloco *M*: $Mg - T = Ma \Rightarrow T = M(g-a)$: **(1 ponto)**

O módulo da aceleração dos dois blocos fica: $a = \frac{M - m(\text{sen}\theta + \mu\cos\theta)}{M+m}g$ **(1 ponto)**

Pela equação de Torricelli, a velocidade do bloco de massa M ao chegar ao solo é:

$v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta S \Rightarrow v_f^2 = 2ah \Rightarrow v_f = \sqrt{2gh\frac{M - m(\text{sen}\theta + \mu\cos\theta)}{M+m}}$ **(2 pontos)**

QUESTÃO 4

a) Aplicando a segunda lei de Newton a cada balde, após a transferência de uma massa *m* de areia do primeiro para o segundo, obtemos:

$(M_2 + M + m)g - T = (M_2 + M + m)a$

$T - (M_1 + M - m)g = (M_1 + M - m)a$, onde T é a tensão na corda.

Somando as duas equações: $(M_2 - M_1 + 2m)g = (M_1 + M_2 + 2M)a \quad \Rightarrow \quad a = \dfrac{M_2 - M_1 + 2m}{M_1 + M_2 + 2M} g$ **(1 ponto)**

Antes: *m=0*

$a_i = \dfrac{M_2 - M_1}{M_1 + M_2 + 2M} g$ **(1 ponto)**

Depois: $m \neq 0$

$a_f = \dfrac{M_2 - M_1 + 2m}{M_1 + M_2 + 2M} g$ **(1 ponto)**

Como: $a_f = fa_i$

$M_2 - M_1 + 2m = f(M_2 - M_1) \quad \Rightarrow \quad m = \dfrac{(f-1)(M_2 - M_1)}{2}$ **(2 pontos)**

b) O fator será máximo quando toda a areia for transferida de um balde para o outro.

$m_{\max} = M: \quad 2M = (f-1)(M_2 - M_1) \quad \Rightarrow \quad f_{\max} = 1 + \dfrac{2M}{M_2 - M_1}$. **(1 ponto)**

QUESTÃO 5

a) v_O = 72 km/h = 20 m/s; ΔS = 100 m; v = 36 km/h = 10 m/s; m = 1000 kg

$v^2 = v_o^2 - 2a\Delta S$

100 = 400 – 2.a.100

a = 1,5 m/s^2 **(1 ponto)**

$F_R = ma$

F_R = 1000.1,5

F_R = 1500 N **(1 ponto)**

b) $\tau_{FR} = \Delta E_{cin} = \dfrac{mv^2}{2} - \dfrac{mv_o^2}{2}$ **(1 ponto)**

$\tau_{FR} = \dfrac{1000 \cdot 10^2}{2} - \dfrac{1000 \cdot 20^2}{2} = 50.000 - 200.000 = -150.000 J = -150 \text{ kJ}$ **(3 pontos)**

ou, pela definição de trabalho: $\tau_{FR} = F_R \cdot d \cdot \cos 180^o = -1500 \cdot 100 = -150$ kJ

QUESTÃO 6

a) No ponto C, temos: $mg + N = ma$

A aceleração no ponto C é centrípeta: $a = \dfrac{v_C^2}{R}$ e para a velocidade mínima, N = 0

$mg = m\dfrac{v_C^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v_C = \sqrt{gR}$ **(1 ponto)**

No trecho BC não existe atrito e a energia mecânica é conservada. Considerando a energia potencial no ponto B sendo nula, podemos escrever:

$E_B = E_C \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{2}mv_B^2 = \dfrac{1}{2}mv_C^2 + mg2R$

Substituindo na equação da velocidade no ponto C: $v_B = \sqrt{5gR}$ **(1 ponto)**

b) Escrevendo a segunda lei de Newton para o bloco descendo a rampa inclinada:

Direção paralela ao plano: $mg\,\text{sen}\,\theta - f_{at} = ma \quad \Rightarrow \quad mg\,\text{sen}\,\theta - \mu N = ma$

Direção perpendicular ao plano: $N - mg\cos\theta = 0 \quad \Rightarrow \quad N = mg\cos\theta$

Resolvendo o sistema: $a = (\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta)g$ **(1 ponto)**

Usando a equação de Torricelli, podemos encontrar a altura h_A, sabendo que a distância percorrida é $h_A/\text{sen}\,\theta$, a velocidade no ponto A é nula e a velocidade do ponto B é $v_B = \sqrt{5gR}$:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2a\frac{h_A}{\text{sen}\,\theta} \quad \textbf{(1 ponto)} \quad \Rightarrow \quad 5gR = \frac{2(\text{sen}\,\theta - \mu\cos\theta)gh_A}{\text{sen}\,\theta}$$

$$h_A = \frac{5}{2}\left(\frac{R}{1-\mu\,\text{cotg}\,\theta}\right) \quad \textbf{(2 pontos)}$$

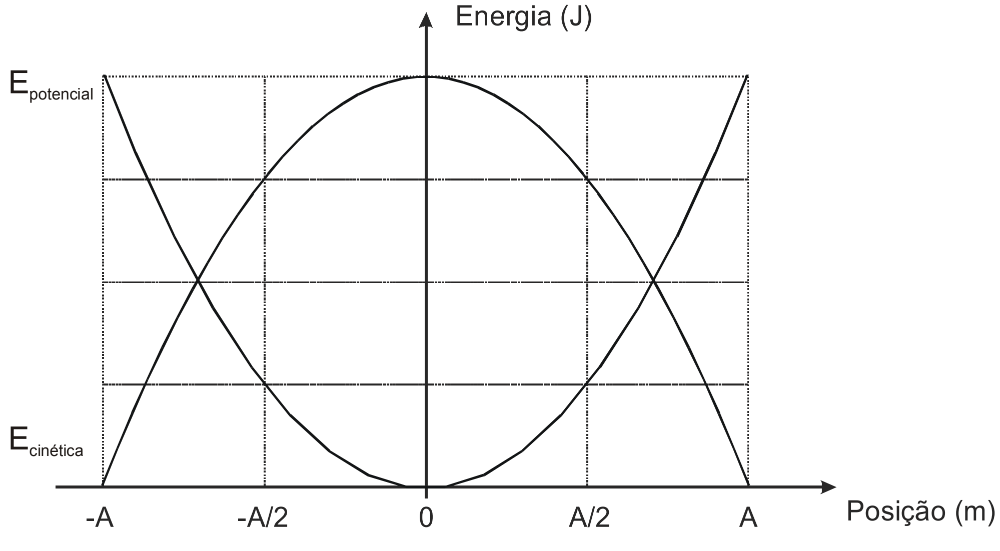
QUESTÃO 7

$E_M = E_{cinética} + E_{potencial}$, onde $E_{cinética} = \frac{1}{2}mv^2$ e $E_{potencial} = \frac{1}{2}kx^2$

$E_M = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$

	Posição				
	– A	– A/2	0	A/2	A
$E_{cinética}$	0	$\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = \frac{3}{4}E_M$	$\frac{1}{2}kA^2 = E_M$	$\frac{3}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = \frac{3}{4}E_M$	0
$E_{potencial}$	$\frac{1}{2}kA^2 = E_M$	$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = \frac{1}{4}E_M$	0	$\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = \frac{1}{4}E_M$	$\frac{1}{2}kA^2 = E_M$

(3 pontos – 0,3 para cada posição)



(3 pontos – 1,5 para cada curva)

QUESTÃO 8

a) Velocidade da bola antes da colisão: $v_a = \sqrt{2gh_a}$, onde h_a é a altura de que a bola foi solta.

$v_a = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}25} = \sqrt{25} = 5{,}0 \text{ m/s}$ **(1 ponto)**

Velocidade da bola imediatamente após a colisão: $v_d = \sqrt{2gh_d}$, onde h_d é a altura que a bola atingiu após a colisão.

$v_d = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0{,}80} = \sqrt{16} = 4{,}0 \text{ m/s}$ **(1 ponto)**

Coeficiente de restituição: $e = \dfrac{v_d}{v_a} = \dfrac{4{,}0}{5{,}0} = 0{,}80$. **(1 ponto)**

b) Impulso do chão sobre a bola: $I = \Delta p = p_d - p_a = mv_d - m(-v_a) = m(v_d+v_a)$ = 0,100(4,0+5,0) = *0,90* kg.m/s **(1 ponto)**

c) No gráfico, o impulso é igual à área sob a curva, onde a altura do triângulo corresponde à força máxima, F_m.

$I = \dfrac{F_m \Delta t}{2} \quad \Rightarrow \quad F_m = \dfrac{2I}{\Delta t} = \dfrac{2 \cdot 0{,}90}{0{,}020} = 90 \text{ N}$ **(2 pontos)**

QUESTÃO 9

a) $I_{FR} = mv - mv_o$ **(1 ponto)**

$F_R . \Delta t = mv - mv_o$

$- mg.t = mv - mv_o$, fazendo $t_o = 0$ **(1 ponto)**

$- g.t = v - v_o$

$v = v_o - g.t$ **(1 ponto)**

b) $\tau_{FR} = \Delta E_{cin} = \dfrac{mv^2}{2} - \dfrac{mv_o^2}{2}$ **(1 ponto)**

$- mg\Delta y = \dfrac{mv^2}{2} - \dfrac{mv_o^2}{2}$ **(1 ponto)**

$- g\Delta y = \dfrac{v^2}{2} - \dfrac{v_o^2}{2}$

$- 2g\Delta y = v^2 - v_o^2$

$v^2 = v_o^2 - 2g\Delta y$ **(1 ponto)**

QUESTÃO 10

$\rho_P = \dfrac{1}{4}\rho_T$ e $R_P = 3R_T$

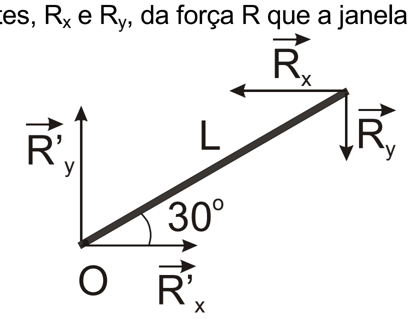
$$g_P = \frac{GM_P}{R_P^2} = \frac{G\rho_P \dfrac{4\pi R_P^3}{3}}{R_P^2} = \frac{4\pi G\rho_P R_P}{3}$$ **(2 pontos)**

Analogamente: $g_T = \dfrac{4\pi G\rho_T R_T}{3}$ **(2 pontos)**

Assim: $\dfrac{g_P}{g_T} = \dfrac{\rho_P R_P}{\rho_T R_T} = \dfrac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad g_p = \dfrac{3}{4} g_T$ **(2 pontos)**

QUESTÃO 11

a) Seja R a força que a haste exerce sobre a janela e θ o ângulo que ela forma com a direção horizontal. Na figura abaixo estão representadas as componentes, R_x e R_y, da força R que a janela exerce sobre a haste (3^a Lei de Newton).



$$R_x = -R.\cos\theta \quad e \quad R_y = -R.\text{sen}\theta, \quad \Rightarrow \quad \frac{R_y}{R_x} = \text{tg}\,\theta$$

Equilíbrio da haste:

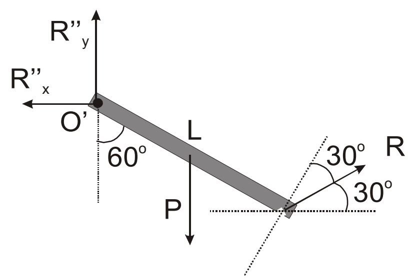
$$\sum \tau_O = -R_y.L\cos 30^o + R_x.L\,\text{sen}\,30^o = 0$$

$$R_y.L\cos 30^o = R_x.L\,\text{sen}\,30^o$$

$$\frac{R_y}{R_x} = \text{tg}\,30^o = \text{tg}\,\theta$$

Portanto, $\theta = 30°$ e a força que a haste faz sobre a janela está na direção da haste. **(3 pontos)**

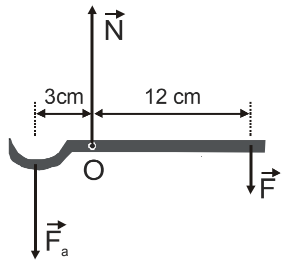
b) Equilíbrio da janela:



$$\sum \tau_{O'} = R.L\cos 30^o - P.\frac{L}{2}\cos 30^o = 0 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{P}{2}$$ **(3 pontos)**

QUESTÃO 12

Diagrama das forças agindo na haste



$$\Sigma\vec{\tau}_O = 0 \Rightarrow \quad 0{,}03 \cdot F_a - 0{,}12 \cdot F = 0 \quad \Rightarrow \quad F = \frac{0{,}03 \cdot F_a}{0{,}12} = \frac{F_a}{4}$$ **(2 pontos)**

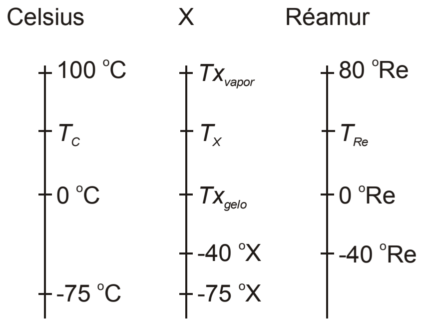
A força sobre o tampão é: $F_a = p.A = \rho gh.A$ **(2 pontos)**

A área do tampão é: $A = \pi\, r^2,\ onde\ r = \dfrac{d}{2} \quad \Rightarrow \quad A = 3 \cdot \dfrac{5^2}{4} = \dfrac{75}{4} cm^2 = \dfrac{75 \cdot 10^{-4}}{4} m^2$

Logo: $F_a = \dfrac{1000 \cdot 10 \cdot 25 \cdot 10^{-2} \cdot 75 \cdot 10^{-4}}{4} = 4{,}7\,N$

Então: $F = \dfrac{4{,}7}{4} = 1{,}2\,N$ **(2 pontos)**

QUESTÃO 13



A relação entre as escalas X e a Celsius é: $\frac{T_c - 100}{100} = \frac{Tx - Tx_{vapor}}{Tx_{vapor} - Tx_{gelo}}$, **(1 ponto)**

mas a leitura destas duas escalas coincidem em uma temperatura de $T_c = Tx = -75$, portanto temos,

$$-\frac{7}{4} = \frac{-75 - Tx_{vapor}}{Tx_{vapor} - Tx_{gelo}} \quad \Rightarrow \quad 7Tx_{vapor} - 7Tx_{gelo} = 300 + 4Tx_{vapor} \quad \Rightarrow \quad 3Tx_{vapor} - 7Tx_{gelo} = 300 \quad (1)$$

(1 ponto)

A relação entre as escalas X e a Réamur é: $\frac{T_{\mathrm{Re}} - 80}{80} = \frac{Tx - Tx_{vapor}}{Tx_{vapor} - Tx_{gelo}}$, **(1 ponto)**

mas a leitura destas duas escalas coincidem em uma temperatura de $T_{\mathrm{Re}} = Tx = -40$, portanto temos,

$$-\frac{3}{2} = \frac{-40 - Tx_{vapor}}{Tx_{vapor} - Tx_{gelo}} \quad \Rightarrow \quad 3Tx_{vapor} - 3Tx_{gelo} = 80 + 2T_{vapor} \quad \Rightarrow \quad Tx_{vapor} - 3Tx_{gelo} = 80 \quad (2)$$

(1 ponto)

Isolando Tx_{vapor} na equação (2) e substituindo na (1):

$$240 + 9Tx_{gelo} - 7Tx_{gelo} = 300 \quad \Rightarrow \quad Tx_{gelo} = 30^{o}\,\mathrm{X} \quad \textbf{(1 ponto)} \quad (3)$$

Agora substituindo (3) em (2) encontramos que: $Tx_{vapor} = 170^{o}\,\mathrm{X}$ **(1 ponto)**

QUESTÃO 14

Energia transferida para a água: $Q = mc\Delta T = (450)\cdot(4{,}0\cdot10^3)\cdot(20) = 3{,}6\cdot10^7$ J **(3 pontos)**

Potência média do coletor: $P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{3{,}6 \cdot 10^7}{8 \cdot 3600} = 1250\ \mathrm{W} = 1{,}25\ \mathrm{kW}$ **(3 pontos)**

QUESTÃO 15

Período do relógio: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, onde L é o comprimento do pêndulo e g é a aceleração da gravidade.

No inverno: $T_i = 2\pi\sqrt{\frac{L_i}{g}}$

No verão: $T_v = 2\pi\sqrt{\frac{L_v}{g}}$

Como no verão o relógio se atrasa, o seu período aumenta de uma certa fração *f*, ou seja: $T_v = T_i\,(1+ f)$.

$$2\pi\sqrt{\frac{L_v}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_i}{g}}(1+f) \quad \Rightarrow \quad L_v = L_i(1+f)^2 \qquad \textbf{(2 pontos)}$$

Como no verão o comprimento do pêndulo aumenta com o aumento de temperatura, tem-se: $L_v = L_i(1+\alpha \cdot \Delta\theta)$

Comparando-se as duas últimas expressões, resulta que

$(1+f)^2 = (1+\alpha.\Delta\theta) \quad \Rightarrow \quad 1+2f+f^2 = 1+\alpha.\Delta\theta \quad \Rightarrow \quad 2f+f^2 = \alpha.\Delta\theta$ **(1 ponto)**

A fração f é igual a 2 min por mês, isto é: $f = \dfrac{2\,\text{min}}{\text{mês}} = \dfrac{2\,\text{min}}{30 \times 24 \times 60\,\text{min}} = \dfrac{1}{21600}$ **(1 ponto)**

Essa fração é tão pequena que seu quadrado pode ser desprezado:
$\Delta\theta = \dfrac{2f}{\alpha} = 2.\dfrac{1}{21600}.\dfrac{1}{10.10^{-6}} = 9{,}2\ ^{o}\text{C}$. **(2 pontos)**

QUESTÃO 16

Taxa de condução de calor: $\dfrac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\dfrac{\Delta\theta}{L} = 0{,}9 \cdot 5{,}0 \cdot \dfrac{100}{50} = 9{,}0$ cal/s. **(3 pontos)**

Calor transferido em uma hora: $\Delta Q = 9{,}0 \cdot 3600 = 3{,}24 \cdot 10^4$ cal. **(1 ponto)**

Calor latente de fusão: $L_f = \dfrac{\Delta Q}{m} \quad \Rightarrow \quad m = \dfrac{\Delta Q}{L_f} = \dfrac{3{,}24 \cdot 10^4}{80} = 405\,\text{g}$. **(2 pontos)**

QUESTÃO 17

Para que o balão se eleve, o empuxo E deve ser praticamente igual à soma do peso do balão e do ar quente no seu interior. Sendo ρ_{af} e ρ_{aq} as densidades do ar frio e quente, respectivamente:

$E = m_B g + \rho_{aq} V_B g$ **(1 ponto)**
mas, $E = \rho_{af} V_B g$. **(1 ponto)**
$\rho_{af} V_B = m_B + \rho_{aq} V_B$

Tratando o ar como um gás ideal, temos: $pV_B = nRT = \dfrac{m_{aq}}{M} RT$, onde M é a molécula-grama do ar.

$$\frac{pM}{RT} = \frac{m_{aq}}{V_B} = \rho_{aq} \qquad \textbf{(1 ponto)}$$

$\rho_{af} V_B = m_B + \rho_{aq} V_B \quad \Rightarrow \quad \rho_{af} V_B = m_B + \dfrac{pM}{RT} V_B$ **(1 ponto)**

$T = \dfrac{P \cdot M \cdot V_B}{R \cdot (\rho_{af} \cdot V_B - m_B)} = \dfrac{100 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 400}{8 \cdot (1{,}25 \cdot 400 - 100)} = 375\,\text{K} = 102\ ^{o}\text{C}$ **(2 pontos)**

QUESTÃO 18

O enunciado dessa questão ficou inconsistente, pois o valor correto do calor recebido para o processo representado na figura é de 1200 J e não de 270 J como constou no enunciado. A questão traz, também, um erro na unidade da constante R, que deve ser J/(mol.K).

Para evitar maiores transtornos e injustiças, ficou decidido manter a questão na correção com o valor de 270 J para o calor recebido.

Assim, a solução pela primeira lei da Termodinâmica seria:

$p = \dfrac{nRT}{V} = \dfrac{0{,}1 \cdot 8 \cdot 300}{1} = 240\,\text{N/m}^2$. **(2 pontos)**

Trabalho: $\tau = p\Delta V = nR\Delta T = 0{,}1 \cdot 8 \cdot 600 = 480$ J; **(2 pontos)**

Calor: $Q = 270$ J;

Primeira Lei da Termodinâmica: $\Delta U = Q - \tau = 270 - 480 = -210$ J. $\Rightarrow$ $\Delta U = -210$ J. **(2 pontos)**

A solução utilizando a teoria cinética seria:

$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = \frac{3}{2}.0{,}1.8.600 = 720J.$ **(6 pontos)**

Ambas as soluções foram consideradas como válidas.

QUESTÃO 19

Equação dos espelhos esféricos: $\frac{1}{f} = \frac{1}{o} + \frac{1}{i}$

Tomando-se as coordenadas de um ponto qualquer do gráfico, por exemplo, o = 30 e i = 15, tem-se que f = 10cm.

Isto também pode ser deduzido das assíntotas no gráfico, uma para $i = \infty$ (o = 10 cm) e outra para $o = \infty$ (i = 10 cm).

Portanto:

a) f = 10 cm. **(1 ponto)**

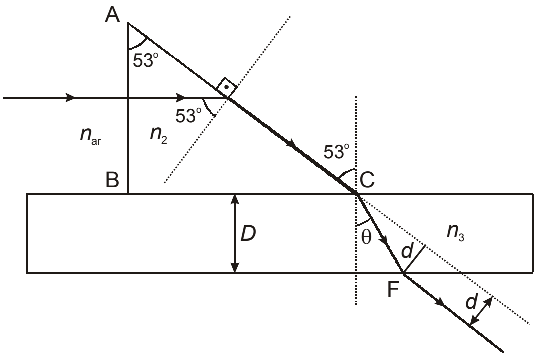
b) Como a distância-focal é positiva, então o espelho é *côncavo*. **(1 ponto)**

c) Se o = 5 cm, resulta que i = – 10 cm. **(2 pontos)**

d) O aumento linear transversal, A, é definido por $A = -\frac{i}{o} = -\frac{-10}{5} = 2$. **(1 ponto)**

e) Como a distância-imagem é negativa, a *imagem é virtual*, e como A > 0 a *imagem é direita*. **(1 ponto)**

QUESTÃO 20



a) Passagem do prisma para o ar:

$n_2 \text{ sen } \hat{i} = n_{ar} \text{ sen } L$ **(1 ponto)**

onde L = 90^o é o ângulo limite para a refração

$n_2 \text{ sen } 53^o = 1 \text{ sen } 90^o \quad \Rightarrow \quad n_2 = \frac{1}{0{,}80}$ **(1 ponto)**

$n_2 = \frac{c}{v_2} \quad \Rightarrow \quad v_2 = \frac{c}{n_2} = 3 \cdot 10^8 \cdot 0{,}80 = 2{,}4 \cdot 10^8 \text{m/s}$ **(1 ponto)**

b) Passagem do ar para a lâmina:

$n_{ar} \text{ sen } 53^o = n_3 \text{ sen } \theta \quad \Rightarrow \quad 1{,}0 \cdot 0{,}80 = 1{,}6 \text{ sen}\,\theta$

$\text{sen}\,\theta = \frac{0{,}8}{1{,}6} = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad \theta = 30^o$ **(1 ponto)**

c) O desvio lateral:

$d = \overline{CF}\,\mathrm{sen}(53^o - \theta)$ **(1 ponto)**

$D = \overline{CF}\cos\theta \quad \Rightarrow \quad \overline{CF} = \dfrac{D}{\cos\theta}$

$d = D\dfrac{\mathrm{sen}\left(53^o - 30^o\right)}{\cos 30^o} = D\dfrac{\mathrm{sen}\,23^o}{\cos 30^o} = \dfrac{2{,}0 \cdot 0{,}40}{0{,}87} = 0{,}92\ \mathrm{cm}$ **(1 ponto)**